

## FONKSİYONLAR

## TANIM

Fonksiyon bir kurala bağlı olarak girdi ve çıktılardan oluşan bir dönüştürme işlemidir.

Günlük hayatımızda karşılaştığımız girdi ve çıktılardan oluşan modeller birer fonksiyon örneği olabilir.

**Örneğin;** kıyma makinesine konulan etin kıymaya dönüşmesi, telefonun kilit açma tuşuna basınca açılması gibi...

A ve B boş olmayan iki küme olsun A kümesinin her bir elemanının B kümesinin "bir ve yalnız bir" elemanına eşleyen bağıntıya **A'dan B'ye bir fonksiyon** denir.

Fonksiyonlar genellikle **f, g, h, ...** gibi harflerle gösterilirler.

## ÖNEMLİ BİLGİ

Girdi ve çıktı arasındaki ilişkide değişen değerlere **değişken**, değişmeden kalan değerlere ise **sabit** denir.

**Örneğin,** açılış ücreti 12 TL olan ve gittiği her bir km için 3 TL olan bir taksi için  $y = 3x + 12$  olur. Burada x ve y değişken, 12 sabittir.

## ÖNEMLİ BİLGİ

A kümesinden B kümesine tanımlı f fonksiyonu,

$$f: A \rightarrow B$$

$$x \rightarrow y = f(x)$$

şeklinde gösterilir. Burada  $x \in A$ ,  $f(x) \in B$ 'dir.

- A kümesine fonksiyonun tanım kümesi
- B kümesine fonksiyonun **değer kümesi** denir.
- A kümesinin elemanlarının fonksiyon altındaki görüntülerinin oluşturduğu kümeye **fonksiyonun görüntü kümesi** denir.

$f(A)$  ile gösterilir.

$$f(A) = \{f(x) : x \in A\}$$

- Tanım kümesi      Değer kümesi

Görüntü kümesi
- Görüntü kümesi değer kümesinin **alt** kümesidir.

## ÖNEMLİ BİLGİ

A ve B boş olmayan iki küme ve f, A'dan B'ye tanımlı fonksiyon olmak üzere,

- A kümesinin her bir elemanı, B kümesinin yalnız bir elemanına eşlenir.
- A kümesinde eşlenmeyen eleman yoktur.

Bu koşulların ikisi birden sağlanmıyor ise **en az** bir f fonksiyon belirtmez.

## ÖRNEK 1

$$A = \{a, b, c\} \text{ ve } B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

**olduğuna göre, aşağıda verilen ifadelerden hangileri A'dan B'ye tanımlı bir fonksiyon belirtir?**

$$f_1 = \{(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 2)\} \quad f_2 = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3)\}$$

$$f_3 = \{(a, 3), (b, 2), (c, 1)\} \quad f_4 = \{(a, 1), (b, 3), (c, 4), (b, 2)\}$$



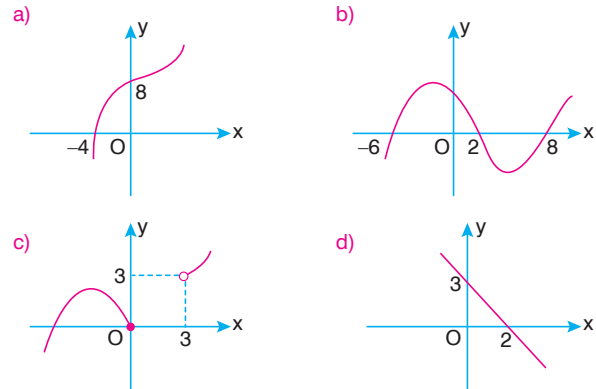
## Dikey Doğru Testi

Analitik düzlemde y eksenine paralel doğrular çizildiğinde bu doğrular grafiği daima tek noktada kesiyorsa bu grafiğe ait ifade bir fonksiyondur.

Birden fazla noktada kesiyor veya hiç kesmiyorsa bu ifade fonksiyon belirtmez.

## ÖRNEK 2

**Aşağıda grafiği verilen ifadelerden hangileri R'de tanımlı bir  $y = f(x)$  fonksiyon belirtir?**



## Ö ÖNEMLİ BİLGİ

$f: A \rightarrow B$  bir fonksiyon ve  $s(A) = m$ ,  $s(B) = n$  olmak üzere,  
A kümesinden B kümesine tanımlı fonksiyon sayısı " $n^m$ " dir.

### ÖSYM TİPİ ÖRNEK 3

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

kümelerine göre, her  $x \in A$  için  $x + f(x) \leq 5$  koşulunu sağlayan A'dan B'ye kaç tane  $f$  fonksiyonu tanımlanır?

- A) 9      B) 12      C) 24      D) 120      E) 240

### ÖRNEK 4

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu,

$$f(x) = 6x + 3$$

kuralıyla tanımlanıyor.

**Buna göre,**

a)  $f(7) =$

b)  $f(0) =$

c)  $f(-x) =$

d)  $f(x + 1) =$

**iP UCU**

Kuralı verilen bir fonksiyonun değeri bulunurken değişken yerine uygun değer yazılır.

**ÖRNEK 5**

$f: A \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 7x + 2$  fonksiyonunda,

$$f(A) = \{2, 9, 23, 37\}$$

**olduğuna göre,  $f$  fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.**

**ÖRNEK 6**

Bir  $f$  fonksiyonu "her bir doğal sayıyı kendisi ile çarpmaya göre ter-  
sinin toplamına götürüyor" şeklinde tanımlanmıştır.

**Buna göre,  $f$  fonksiyonunun 3, 4, 5 girdi değerleri için sonucunu bulunuz.**

### ÖRNEK 7

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$f(2x - 6) = 6x - 9$$

olduğuna göre,  $f(2)$  kaçtır?

**ÖSYM TİPİ** **ÖRNEK** **8**

$$f\left(\frac{5x-5}{5x+5}\right) = x^2 - 4x + 4$$

olduğuna göre,  $f(2)$  değeri kaçtır?

- A) 23      B) 24      C) 25      D) 26      E) 27

### Ö ÖNEMLİ BİLGİ

$y = f(x)$  fonksiyonunda görüntüleri gerçek sayı olan tüm  $x$  değerlerinin kümesine  $f$  fonksiyonunun **en geniş tanım kümesi** denir. Farklı formlardaki fonksiyonların tanım kümeleri için;

- 1)  $f(x) = ax + b$  ise tanım kümesi  $\mathbb{R}$ ,
- 2)  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$  ise tanım kümesi  $\mathbb{R} - \{h(x) = 0\}$
- 3)  $n \in \mathbb{N}^+$  olmak üzere,
  - $f(x) = \sqrt[2n]{g(x)}$  ise tanım kümesi  
 $g(x) \geq 0$
  - $f(x) = \sqrt[2n+1]{g(x)}$  ise  $f(x)$  ve  $g(x)$  in tanım küme

**P PÜF NOKTASI**

Paydayı sıfır yapan değer tanım kümesinden çıkarılmalıdır.

### ÖRNEK 9

Aşağıda verilen ifadelerden hangileri tanım ve değer kümele-  
rine göre bir fonksiyon belirtir?

a)  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \sqrt[3]{x}$

b)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 3}$

c)  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{4+x}$

d)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 5$

e)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 4$





**ÖSYM TİPİ** **ÖRNEK 15**

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı  $f$  ve  $g$  fonksiyonları

$$(f + g)(x) = x^2$$

$$(f - g)(9x) = x$$

eşitliklerini sağlıyor.

Buna göre,  $\frac{f(9)}{g(9)}$  kaçtır?

- A) 41      B) 40      C)  $\frac{41}{40}$       D)  $\frac{40}{41}$       E)  $\frac{1}{41}$

## ÖRNEK 16

Tam sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir  $f$  fonksiyonu her  $n$  tam sayısı için,

$$f(n + 4) = f(n + 2) + 4$$

$$f(n + 5) = f(n + 2) + 6$$

eşitliklerini sağlıyor.

**$f(6) = 7$  olduğuna göre,  $f(13)$  değeri kaçtır?**

## ÖRNEK 17

Uygun şartlarda tanımlanmış bir  $f$  fonksiyonu için,

$$f(x) = 8x - 3$$

olduğuna göre,  $f(4x)$  ifadesinin  $f(x)$  cinsinden eşiti aşağıdaki-  
lerden hangisidir?

- A)  $2f(x) + 6$                       B)  $4f(x) + 9$                       C)  $4f(x) - 12$   
D)  $2f(x) - 6$                       E)  $4f(x) + 12$

ÖSYM TİPİ **ÖRNEK 18**

I.  $f(x) = 3^x$

II.  $f(x) = 4^x$

III.  $f(x) = x^2$

**Yukarıda verilen fonksiyonların hangilerini her  $a$  ve  $b$  gerçel sayıları için,**

$$f(a + b) = f(a) \cdot f(b)$$

## eşitliğini sağlar?

- A) Yalnız I                      B) Yalnız II                      C) Yalnız III  
D) I ve II                      E) I ve III

### ÖRNEK 19

f fonksiyonu  $n \geq 1$  doğal sayıları için,

$$f(n + 1) = 2 \cdot f(n) + 1$$

eşitliğini sağlıyor.

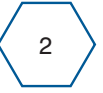
**$f(1) = 1$  olduğuna göre,  $f(3)$  kaçtır?**

### Cevap Anahtarı

| Föy No                                     |              | 1        |           |
|--------------------------------------------|--------------|----------|-----------|
| Örnek 1                                    | Örnek 2      | Örnek 3  |           |
| $f_3$                                      | a, b ve d    | c        |           |
| Örnek 4                                    | Örnek 5      |          |           |
| a) 45 b) 3 c) $-6x+3$ d) $6x+9$            | {0, 1, 3, 5} |          |           |
| Örnek 6                                    | Örnek 7      | Örnek 8  | Örnek 9   |
| $\frac{10}{3}, \frac{17}{4}, \frac{26}{5}$ | 15           | c        | a, d ve e |
| Örnek 10                                   | Örnek 11     | Örnek 12 |           |
| B                                          | $5 = n$      | -3       |           |
| Örnek 13                                   |              | Örnek 14 | Örnek 15  |
| a) $10x+6$ b) $-2x-12$ c) $-27$ d) $-1$    |              | {14, 4}  | C         |
| Örnek 16                                   | Örnek 17     | Örnek 18 | Örnek 19  |
| 21                                         | B            | D        | 7         |



1.  $n$  kenarlı bir çokgenin içindeki  $x$  değeri için  $f(x) = x^n - 6$  fonksiyonu tanımlanıyor.

Örneğin;  için  $f(2) = 2^6 - 6 = 58$

Çokgenlerin değeri hesaplanırken en içteki çokgenden başlanmaktadır.



Buna göre, yukarıdaki ifadenin değeri kaçtır?

- A)  $2^5$     B) 26    C)  $26^4$     D)  $26^4 - 6$     E)  $26^6 - 4$

2. 300 metre yükseklikten yere bırakılan bir top yere çarptıktan sonra her seferinde bir önceki yüksekliğinin  $\frac{1}{2}$ 'si kadar yükselmektedir.

Havadan bırakılan topun  $n$  inci sıçrayıştan sonraki yüksekliği,

$$f(n) = 300 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ dir.}$$

Buna göre, bu topun 3. sıçrayıştan sonraki yüksekliği aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 150    B) 75    C)  $\frac{75}{2}$     D)  $\frac{75}{4}$     E)  $\frac{75}{8}$

3.  $f : \{-1, 0, 1, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 2$

$$g : \{0, 1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 2x - 1$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$(f - g)(1) + (f \cdot g)(2)$$

ifadesi kaçtır?

- A) 0    B) 2    C) 12    D) 13    E) 14

4. Bir dış giyim fabrikasında üretilen her bir pantolonun  $A_1$  ve  $A_2$  standartlarına göre belirlenen numara değerleri arasında doğrusal ilişki bulunmaktadır.

Bu fabrikada üretilen en büyük pantolon bedeninin numara değeri  $A_1$  standartlarında 48,  $A_2$  standartlarında ise 18, en küçük pantolon bedeninin numara değeri ise  $A_1$  standartlarında 32,  $A_2$  standartlarında 10'dur.

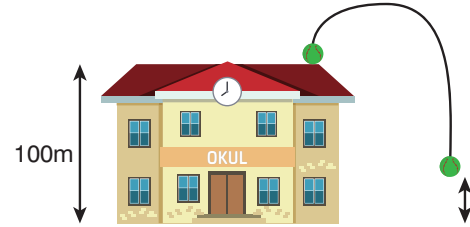
Tablo : Üretilen Pantolonların  $A_1$  ve  $A_2$  standartlarına göre numara değerleri

|          | $A_1$ | $A_2$ |
|----------|-------|-------|
| En büyük | 48    | 18    |
| En küçük | 32    | 10    |

Buna göre,  $A_1$  standartlarında numara değeri 41 olan bir pantolonun  $A_2$  standartlarındaki numara değeri kaçtır?

- A) 13,5    B) 14,5    C) 15    D) 15,5    E) 16

- 5.



Şekildeki gibi 100 metre yükseklikteki bir okulun çatısından atılan bir topun  $a$ . saniyedeki yüksekliğinin metre cinsinden değeri  $f(a)$ 'dır.

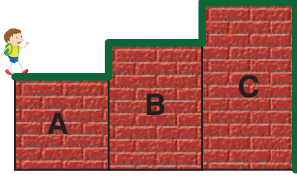
$$f(a) = -4a^2 + 24a + 100$$

olduğuna göre, topun 1. saniyedeki yüksekliği kaç metredir?

- A) 82    B) 64    C) 54    D) 48    E) 120



1. Aşağıdaki şekilde kısa kenarları aynı boyda olan üç farklı dikdörtgen verilmiştir.



Yukarıdaki şekilde bulunduğu konumu gösterilen bir kişi C dikdörtgeninin sağ alt köşesine kadar boyalı olarak gösterilen yol üzerinden yürüyecektir.

A, B ve C dikdörtgeninin kenar uzunlukları aşağıdaki gibidir.

|   | Kısa Kenar | Uzun Kenar |
|---|------------|------------|
| A | $x + 2$    | $x + 3$    |
| B | $x + 2$    | $x + 4$    |
| C | $x + 2$    | $x + 5$    |

$f(x + 1)$  fonksiyonu bu kişinin aldığı yolun  $x$  türünden uzunluğu biçiminde tanımlanmıştır.

$x$ , 1'den büyük bir doğal sayı olduğuna göre,  $f(3)$  kaçtır?

- A) 17      B) 18      C) 19      D) 20      E) 21

2.  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+1}{x}$  fonksiyonu tanımlanıyor.

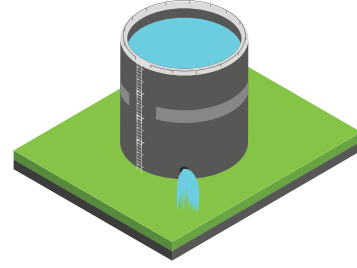
$\nabla[a, 72] = f(a) \cdot f(a+1) \cdot f(a+2) \cdot \dots \cdot f(72)$ 'dir.

$$\frac{\nabla[2, k]}{\nabla[3, k+1]} = \frac{12}{10}$$

olduğuna göre,  $k$  değerinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 8

3. Aşağıdaki şekilde yüksekliği 1000 m olan silindir şeklinde bir su deposu verilmiştir.



Yukarıda verilen su deposunun tabanında hasar meydana gelmiş ve bir delik oluşmuştur. Bu delikten akan suyun hızı  $V \text{ m}^3$  ve depoda kalan su yüksekliği  $d \text{ m}$  olmak üzere,  $V$  ile  $d$  arasında

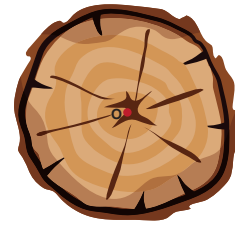
$$V(d) = 20 - \sqrt[3]{d-1}$$

bağıntısı vardır.

**Depodaki suyun 10. dakikadaki yüksekliği 730 m olduğuna göre, delikten akan suyun hızı dakikada kaç metreküptür?**

- A) 9      B) 10      C) 11      D) 12      E) 13

4. Aşağıdaki şekilde bir ağacın gövdesinin ara kesiti verilmiştir.



Silindir şeklindeki bu kesitin merkezi O noktası, yarıçapı ise 10 cm'dir. Emre bu kesit üzerine çizilebilecek en büyük alanlı dikdörtgeni çizmiş ve dikdörtgenin bir kenarının O noktasına olan uzaklığını  $x$  ile, bu dikdörtgenin bir kenar uzunluğunu  $f(x)$  ile isimlendiriyor.

**Buna göre,  $f(x)$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?**

- A)  $2 \cdot \sqrt{100-x}$       B)  $2 \cdot \sqrt{100-x^2}$   
 C)  $\sqrt{100-x^2}$       D)  $4 \cdot \sqrt{100-x}$   
 E)  $\sqrt{100-4x^2}$



## 2. Örten Fonksiyon

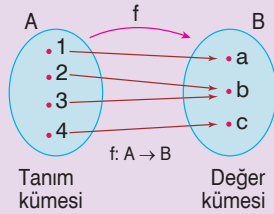
f:  $A \rightarrow B$  fonksiyonunun tanım kümesinin elemanların, değer kümesinin tüm elemanlarıyla eşleşmiş ise, yani değer kümesinde açıkta eleman kalmadıysa f fonksiyonuna **örten fonksiyon** denir.

## Ö ÖNEMLİ BİLGİ

Örten fonksiyonlarda görüntü kümesi değer kümesine eşittir.

Yani  $f(A) = B$ 'dir.

Örneğin;



- ✓  $f: A \rightarrow B$  fonksiyonunda, her  $b \in B$  için  $b = f(a)$  olacak şekilde en az bir  $a \in A$  varsa  $f$ , örten fonksiyondur.
- ✓  $f: A \rightarrow B$  fonksiyonunun örten olabilmesi için,  $s(A) \geq s(B)$  olmalıdır.

### ÖRNEK 6

$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  ve  $f: A \rightarrow B$  olmak üzere,  
 $f(x) = 7x - 9$

fonksiyonu örtendir.

**Buna göre B kümesinin elemanlarını liste yöntemi ile gösteriniz.**

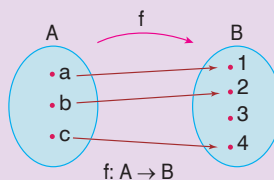
### 3. İçine Fonksiyon

Görüntü kümesi değer kümesine eşit olmayan fonksiyona **içine fonksiyon** denir.

**Ö ÖNEMLİ BİLGİ**

Örten olmayan fonksiyon, içine fonksiyondur.

Örneğin;



## ÖRNEK 7

Aşağıda tanım ve değer kümeleri verilen fonksiyonların örten ya da içine olma durumlarını inceleyiniz.

a)  $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = 4x - 2$

b)  $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$  ,  $g(x) = x + 7$

c)  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ,  $h(x) = x^2$

### ÖRNEK 8

$f: A \rightarrow B$  fonksiyonu örten ve  $s(A) \neq s(B)$  olmak üzere;

$$s(A) = 3a - 8$$

$$s(B) = 4a - 14$$

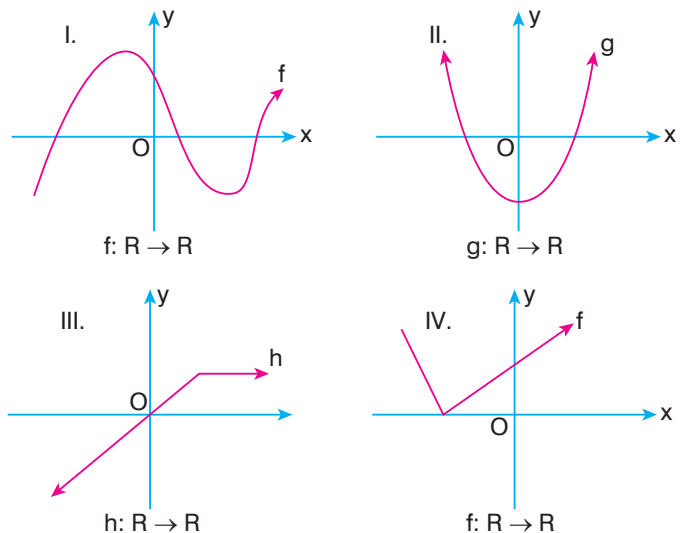
**olduğuna göre a'nın alabileceği değerin toplamı kaçtır?**

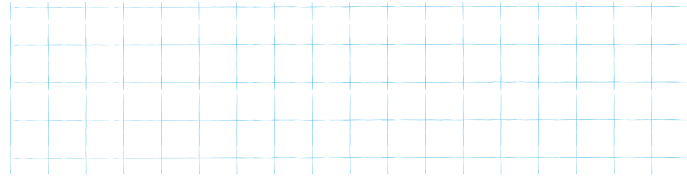
## Yatay Doğru Testi

- ✓ Analitik düzlemde verilmiş olan bir fonksiyon,  $x -$  eksenine paralel doğrular çizildiğinde, bu doğrular fonksiyonun grafiğini tek noktada kesiyor ise **birebirdir**.
- ✓ Eğer bu doğrular grafiği birden fazla noktada kesiyorsa **1 – 1 değildir**.
- ✓ Analitik düzlemde  $x -$  eksenine paralel olarak çizilen tüm doğrular fonksiyonu en az bir noktada kesiyorsa fonksiyon **örtendir**.

**ÖRNEK 9**

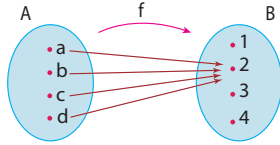
Aşağıda verilen fonksiyon grafiklerinin bire bir ve örten olma durumlarını inceleyiniz.





#### 4. Sabit Fonksiyon

$f: A \rightarrow B$  bir fonksiyon olmak üzere tanım kümesindeki bütün elemanlar değer kümesinde bulunan yalnız bir eleman ile eşleşiyorsa  $f$  fonksiyonuna **sabit fonksiyon** denir.



- ✓  $f: A \rightarrow B$  fonksiyonunda her  $x \in A$  için,  
 $f(x) = c, \quad c \in B$ 'dir.
- ✓ Sabit fonksiyonların görüntü kümesinin eleman sayısı 1'dir.

#### 5. Sıfır Fonksiyonu

$f(x) = 0$  fonksiyonu sıfır fonksiyonudur.

##### ÖRNEK 10

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere;

$$f(x) = ax - 6x + 3a + 1$$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre,

a)  $f(a)$  kaçtır?

b)  $f(19) + f(-19)$  kaçtır?

##### ÖNEMLİ BİLGİ

$a, b, c, d$  sıfırdan farklı reel sayılar ve  $f: \mathbb{R} - \left\{\frac{d}{c}\right\} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ fonksiyonunun sabit fonksiyon olması için,}$$

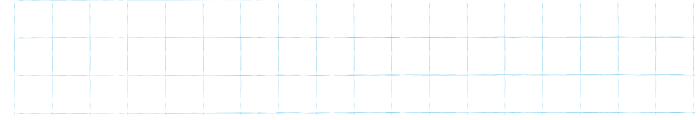
$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ olmalıdır. Ayrıca } f(x) = \frac{a}{c} \text{ 'dir.}$$

##### ÖRNEK 11

$f: \mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere;

$$f(x) = \frac{4x + K - 4}{x - 4}$$

fonksiyonunu sabit fonksiyon olduğuna göre  $K$  kaçtır?

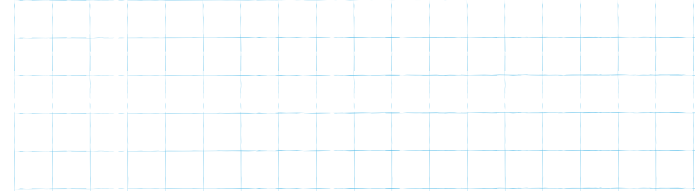


##### ÖRNEK 12

$f$  sıfır ve  $g$  sabit fonksiyon olmak üzere;

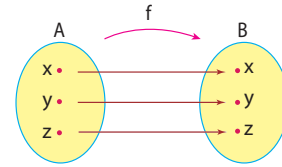
$$-4 \cdot f(6) + 2f(4) = 5g(7) - 35$$

olduğuna göre  $f(3) + g(3)$  ifadesinin değeri kaçtır?



#### 6. Birim Fonksiyon

$f: A \rightarrow A$  bir fonksiyon olmak üzere tanım kümesindeki her elemanı kendisiyle eşleyen fonksiyona **birim (özdeşlik) fonksiyon** denir.



- ✓ Birim fonksiyon genellikle  $I$  ile gösterilir.
- ✓  $A \neq \emptyset$  olmak üzere  $f: A \rightarrow A$  her  $x \in A$  için  $f(x) = x$  şeklinde ifade edilir.
- ✓ Birim fonksiyon birebirdir.

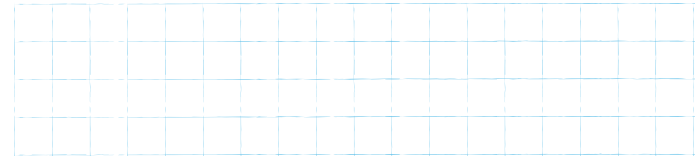
##### ÖRNEK 13

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere

$$f(x) = (a-3)x^2 + (b+2)x - c - 6$$

fonksiyonu birim fonksiyondur.

Buna göre  $a \cdot b \cdot c$  kaçtır?



### ÖRNEK 14

$f: R \rightarrow R$ ,  $f$  birim fonksiyon olmak üzere,

$$f(4n - 3) + 3 \cdot f(2n + 1) = 40$$

olduğuna göre,  $f(2n - 3)$  kaçta eşittir?

## 7. Doğrusal Fonksiyon

 $a, b \in \mathbb{R},$ 

$a \neq 0$  ve  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere;

$$f(x) = ax + b$$

kuralı ile verilen fonksiyonlara **doğrusal fonksiyon** denir.

- ✓ Doğrusal fonksiyonların grafikleri analitik düzlemde bir doğru belirtir.
- ✓  $f(x) = 2x + 4$ ,  $g(x) = 4x$   
 $h(x) = \frac{2x}{3} + 4$  fonksiyonları birer doğrusal fonksiyon örneğidir.

### ÖRNEK 15

f, R'de tanımlı doğrusal bir fonksiyon olmak üzere,

$$f(1) = 4$$

$$f(7) = 40$$

olduğuna göre  $f(10)$  kaçtır?

## 8. Parçalı Tanımlı Fonksiyon

Tanım kümesinin farklı alt aralıklarında farklı kural ile tanımlanan fonksiyona **parçalı fonksiyon** denir.

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & , \quad x < a \text{ ise} \\ h(x) & , \quad x \geq a \text{ ise} \end{cases}$$

parçalı tanımlı fonksiyonlarda  $x = a$  kritik noktadır.

- ✓  $x < a$  değerleri için  $g$  fonksiyonunun
- $x \geq a$  değerleri için  $h$  fonksiyonunun kuralı kullanılır.

### ÖRNEK 16

$$f(x) = \begin{cases} 3x+1 & , \quad x < 2 \\ \frac{x+7}{3} & , \quad x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonu için  $f(-2) + f(2) + f(8)$  kaçtır?

### Ö ÖNEMLİ BİLGİ

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & , \quad a < x < b \\ h(x) & , \quad b \leq x \leq c \end{cases}$$

parçalı fonksiyonunda a, b ve c kritik noktalardır.

ÖSYM TİPİ **ÖRNEK 17**

$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} 2x-5 & , \ x < 3 \text{ ise} \\ 2x+5 & , \ x \geq 3 \text{ ise} \end{cases} \text{ biçiminde tanımlanıyor.}$$

- I.  $f$ , bire birdir.
- II.  $f$ , örtendir.
- III.  $f$ 'nin görüntü kümesi  $Z - \{3\}$ 'tür.

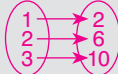
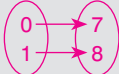
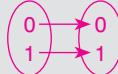
**ifadelerinden hangileri doğrudur?**

- A) Yalnız I                      B) Yalnız II                      C) Yalnız III  
D) I ve II                      E) I ve III

## Cevap Anahtarı

Föy No

2

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                      |              |          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|--------------|----------|
| Örnek 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Örnek 2                              | Örnek 3      | Örnek 4  |
| a ve c                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | f = birebir değildir. g: birebirdir. | 24           | E        |
| Örnek 5                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Örnek 6                              |              |          |
| D                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | $B = \{-23, -16, -9, -2, 5\}$        |              |          |
| Örnek 7                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                      |              |          |
| <p>a)  içine</p> <p>b)  içine</p> <p>c)  içine</p> |                                      |              |          |
| Örnek 8                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Örnek 9                              | Örnek 10     |          |
| 9                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | I. Birebir değil, örten              | a) 19, b) 38 |          |
| Örnek 11                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | II. Birebir değil, örten değil       |              |          |
| $K = -12$                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | III. Birebir değil, örten değil      | Örnek 12     | Örnek 13 |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | IV. Birebir değil, örten değil       | 7            | 18       |
| Örnek 14                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Örnek 15                             | Örnek 16     | Örnek 17 |
| $f(5) = 5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 58                                   | 3            | A        |





1. I.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ,  $f(x) = 3x - 4$   
II.  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ,  $g(x) = x^4 + x$   
III.  $h: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$  ,  $h(x) = \frac{2x+1}{3}$

**Yukarıda verilmiş olan f, g ve h fonksiyonlarından hangileri birebir ve içinedir?**

- A) Yalnız I                      B) I ve III                      C) Yalnız III  
D) Yalnız II                      E) II ve III

2.  $f: A \rightarrow B$  tanımlanan f fonksiyonu örtendir.

$$s(A) = x + 8$$

$$s(B) = 2x - 6$$

**olduğuna göre x'in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?**

- A) 11                      B) 12                      C) 13                      D) 14                      E) 15

3.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , bir sabit fonksiyon olmak üzere;

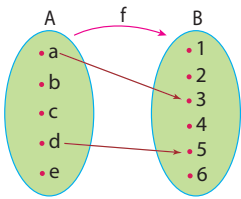
$$f(10) = kx + 2m + 7$$

$$f(13) = mx + 5k + n'dir.$$

**Buna göre  $f(k + m + n)$  kaçtır?**

- A) 2                      B) 5                      C) 7                      D) 9                      E) 14

4.



$f: A \rightarrow B$  olmak üzere

f fonksiyonu

bire bir fonksiyondur.

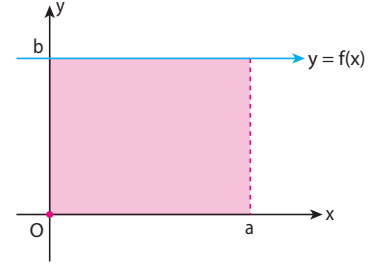
$$f(a) = 3$$

$$f(d) = 5 \text{ olmak üzere}$$

**A'dan B'ye kaç farklı bire bir fonksiyon tanımlanabilir?**

- A) 24                      B) 36                      C) 48                      D) 60                      E) 72

5.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ve  $h: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  olmak üzere,  $y = f(x)$  sabit fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$h(x) = \text{"Taralı Bölgenin Alanı"}$  şeklinde tanımlanıyor.

**$f(6) \cdot h(6) = 216$  olduğuna göre b kaçtır?**

- A) 4                      B) 5                      C) 6                      D) 7                      E)

6.  $f: A \rightarrow B$  olmak üzere

$f(x) = 4x - a + bx + 7$  fonksiyonu birim fonksiyondur.

**Buna göre  $f(a + b)$  kaçtır?**

- A) -3                      B) 7                      C) 4                      D) -10                      E) 10

7.  $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{mx + 24}{nx - 6}$$

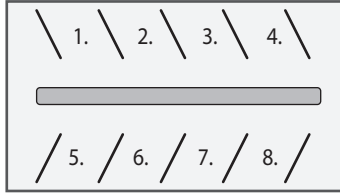
f fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre

**$m + n + f(m \cdot n)$  kaçtır?**

- A) -19                      B) -16                      C) -13                      D) 12                      E) 13



1. Aşağıdaki şekilde 8 araç kapasiteli bir otopark verilmiştir.



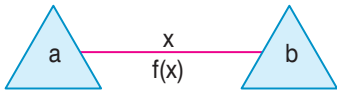
Otoparka girmek için bekleyen araçlardan 5 tanesi otoparka park etmeleri için yönlendirilmiştir. Bu beş aracın her biri 1'den 8'e kadar numaralandırılmış yerlerden birine park edecektir. Araçların numaralandırılmış yerlere yerleştirilmeleriyle ilgili;

- I. Bire bir fonksiyondur.  
II. Bire bir ve örten fonksiyondur.  
III. İçine fonksiyondur.

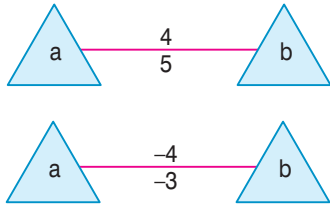
ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) I ve II      E) II ve III

2. Aşağıda iki üçgen içine yazılmış olan a ve b gerçel sayıları ile üçgenleri bir birine bağlayan doğruyun altındaki  $f(x)$  ifadesi ve üstündeki x değişkeni için



gösterimi ile  $f(x) = ax + b$  doğrusal fonksiyonu tanımlıyor.



olduğuna göre  $f(16)$  kaçtır?

- A) 13      B) 14      C) 15      D) 16      E) 17

3. Bir kargo firmasının İstanbul ilinde bir gün içerisinde dağıttığı kargo sayısı aşağıdaki parçalı fonksiyon ile modellenmiştir.

$$f(x) = \begin{cases} 10^3 \cdot x & , 1 \leq x < 3 \\ 10^5(x-1) & , 3 \leq x < 5 \\ 10^x & , x \geq 5 \end{cases}$$

Pazartesi günü 3 kargocu sırasıyla 3, 4 ve 5 paket ile dağıtıma çıkmıştır. x, kargocuların yanlarına aldıkları paket sayısı olduğuna göre, kargocuların dağıttıkları toplam kargo sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $5 \cdot 10^5$       B)  $53 \cdot 10^5$       C)  $503 \cdot 10^5$   
D)  $503 \cdot 10^4$       E)  $6 \cdot 10^5$

4. Bir piknik alanının sahibi olan Osman Bey'in gelen müşterilere uyguladığı fiyat tarifesini aşağıdaki fonksiyon ile ifade edilmiştir.

$$f(x) = \begin{cases} 20 & , 0 < x \leq 1 \text{ ise} \\ 25 & , 1 < x \leq 2 \text{ ise} \\ 50 & , 2 < x \leq 4 \text{ ise} \\ 100 & , x \geq 5 \text{ ise} \end{cases}$$

Müşterilerin piknik alanında kalma süresi x saat ve bu süre için ödeyecekleri ücret TL cinsinden  $f(x)$  ile gösterilmiştir. 11 Temmuz Cumartesi günü saat 10.00'da bu piknik alanına 20 müşteri gelmiştir. Gelen müşterilerin,

- 5'i 11.00'de
- 7'si 11.20'de
- 3'ü 13.45'de
- Kalan müşteriler ise saat 19.00'da piknik alanı kapanınca ayrılmıştır.

Buna göre 11 Temmuz günü Osman Bey'in kazandığı toplam ücret kaç TL'dir?

- A) 650      B) 825      C) 875      D) 925      E) 975



## TANIM

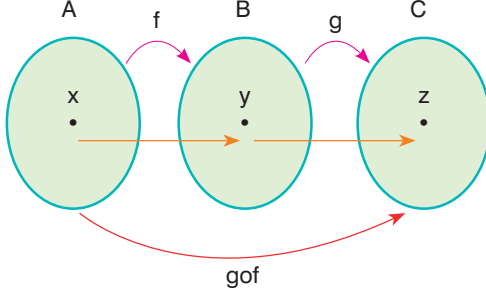
Birbirleriyle bağlantılı iki işlemin art arda yapılması ile oluşan fonksiyona **bileşke fonksiyon** denir.

Boş olmayan A, B ve C kümeleri için

$$f : A \rightarrow B, \quad g : B \rightarrow C$$

fonksiyonları verilsin.

f ve g fonksiyonları yardımıyla A'dan C'ye tanımlanan yeni fonksiyona g bileşke f fonksiyonu denir ve  $g \circ f$  biçiminde gösterilir.



- $g \circ f : A \rightarrow C$
- $g \circ f(x) = g(f(x))$ 'tir

## ÖRNEK 6

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = 2x + 1$$

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = x + 3$$

olduğuna göre, aşağıdaki fonksiyonların eşitini bulunuz.

- $(f \circ g)(x)$
- $(g \circ f)(x)$
- $(f \circ f)(x)$
- $(g \circ g)(x)$

## ÖNEMLİ BİLGİ

Bileşke işleminin değişme özelliği yoktur.  
Yani,  $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$

## ÖRNEK 7

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$

$f : x \rightarrow$  "x sayısının asal bölenleri sayısı" biçiminde tanımlanıyor.

Örneğin,  $f(20) = 2^2 \cdot 5$  olduğundan

$$f(20) = 2^2 \text{ 'dir.}$$

Buna göre,  $(f \circ f \circ f)(1200)$  fonksiyonunun eşiti kaçtır?

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

## ÖNEMLİ BİLGİ

Fonksiyonlarda bileşke işleminin birleşme özelliği vardır.  
 $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$ 'dir.

## ÖSYM TİPİ ÖRNEK 8

Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları için,

$$(f \circ g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$f(x) = 3x - 2$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,  $g(2)$  kaçtır?

- A) -2      B) 0      C) 2      D) 3      E) 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

## ÖNEMLİ BİLGİ

$f(x) = x$  ise  $I(x)$  birim fonksiyonuna bileşke işleminin birim (etkisiz) elemanı denir.

- $(f \circ I)(x) = f(I(x)) = f(x)$
- $(I \circ f)(x) = I(f(x)) = f(x)$

## ÖSYM TİPİ ÖRNEK 9

k bir gerçel sayı olmak üzere, pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = kx + 1$$

$$g(x) = \sqrt[3]{x} - 2$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$(f \circ g)(27) = 10$$

olduğuna göre,  $f(7)$  değeri kaçtır?

- A) 10      B) 64      C) 70      D) 77      E) 78

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

## ÖRNEK 10

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  doğrusal fonksiyon olmak üzere,

$$(f \circ f)(x) = 9x - 24$$

$f(3)$ 'ün alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |



## ÖNEMLİ BİLGİ

Birebir ve örten olan  $f$  fonksiyonunun tersi bulunurken  $y = f(x)$  için

1.  $x$  yalnız bırakılır.
2.  $x$  yerine  $f^{-1}(x)$ ,  $y$  yerine  $x$  yazılır.

## ÖRNEK 16

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , tanımlanmış aşağıdaki fonksiyonların tersini bulunuz.

a.  $f(x) = 2x - 7$

b.  $f(x) = \frac{x-4}{3}$

c.  $f(x) = x^3 - 8$

## ÖNEMLİ BİLGİ

Gerçek sayılarda tanımlı birebir ve örten  $f(x) = ax + b$  fonksiyonunun ters fonksiyonu

$$f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}, a \neq 0 \text{ olur.}$$

- $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  fonksiyonunun ters fonksiyonu

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a} \text{ 'dır.}$$

Burada  $a$  ve  $d$  sayıları çapraz olarak yer ve işaret değiştirir.

## ÖNEMLİ BİLGİ

$f : \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$  bire bir ve örten fonksiyonu için,

- $a$ , fonksiyonu tanımsız yapan değerdir.
- $b$ , fonksiyonun tersini tanımsız yapan değerdir.

## ÖRNEK 17

Aşağıda verilen fonksiyonların tersini bulunuz.

a.  $\mathbb{R} - \left\{\frac{4}{3}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{2}{3}\right\}, f(x) = \frac{2x-1}{3x-4}$

b.  $\mathbb{R} - \left\{\frac{5}{3}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}, f(x) = \frac{6x-4}{3x-5}$

c.  $h : (-\infty, 1) \rightarrow (3, +\infty), h(x) = x^2 - 2x + 4$

## ÖRNEK 18

$f : \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$  olmak üzere,

$$f(x) = \frac{bx+3}{4x-8}$$

olduğuna göre,  $a + b$  kaçtır?

## Ters Fonksiyonun Özellikleri

$f : A \rightarrow B$  birebir ve örten olmak üzere,

- $(f^{-1})^{-1} = f$
- $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$
- $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$
- $(f \circ g \circ h)^{-1} = h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1}$
- $f \circ I = I \circ f = f$
- $g = h \Rightarrow \begin{cases} f \circ g = f \circ h \\ g \circ f = h \circ f \end{cases}$
- $f \circ g = h$  ise  $g = f^{-1} \circ h$   
 $g = h \circ g^{-1}$

## ÖRNEK 19

$$f(x) = 2x + 1 \text{ ve } g^{-1}(x) = 3x - 4$$

olmak üzere,  $(f^{-1} \circ g)^{-1}(x)$  ifadesinin eşitini bulunuz.

## Cevap Anahtarı

Föy No

3

Örnek 1

a) Tek b) Ne tek Ne de çifttir c) Çift d) Çift e) Ne tek Ne de çifttir

Örnek 2

1

Örnek 3

-33

Örnek 4

 $x = 3$ 

Örnek 5

 $x = 4$ 

Örnek 6

a)  $2x+7$  b)  $2x+4$  c)  $4x+3$  d)  $x+6$

Örnek 7

 $f(1) = 0$ 

Örnek 8

-2

Örnek 9

64

Örnek 10

3

Örnek 11

 $\frac{153}{7}$ 

Örnek 12

Yalnız II

Örnek 13

0

Örnek 14

1

Örnek 15

-5

Örnek 16

a)  $\frac{x+7}{2}$  b)  $3x+4$  c)  $\sqrt[3]{x+8}$

Örnek 17

a)  $f^{-1}(x) = \frac{4x-1}{3x-2}$  b)  $f^{-1}(x) = \frac{5x-4}{3x-6}$  c)  $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x-3}$

Örnek 18

 $2 + 2 = 4$ 

Örnek 19

 $6x - 1$



1.  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = kx + 7$

fonksiyonu veriliyor.

$$f(|k|) = -18$$

olduğuna göre,  $f(10)$  kaçtır?

- A) 57      B) 47      C) 43      D) -43      E) -57

2.  $f : \mathbb{R} - \{5\} \rightarrow \mathbb{R} - \{-2\}$

$$f(x) = \frac{ax - 4}{3x - 5b}$$

olduğuna göre,  $a + b$  kaçtır?

- A) 6      B) -6      C) -3      D) 3      E) 9

3.  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$x = \frac{3f(x) - 4}{7 - 3f(x)}$$

olduğuna göre,  $f^{-1}(2)$  kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

4.  $f$  tek,  $g$  çift fonksiyon olmak üzere,

$$f(-x) - f(x) = 4x^3 - 6x$$

$$g(x) + g(-x) = 6x^4 + 2x^2$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,  $f(2) \cdot g(1)$  kaçtır?

- A) -40      B) -14      C) -6      D) 14      E) 40

5.  $f$  fonksiyonu tanımlı olduğu aralıkta  $y$  eksenine göre simetrik.

$$2f(-x) + 3x^2 - 2 = 4f(x) - 5x^2 + 12$$

olduğuna göre,  $f(5)$  kaçtır?

- A) 100      B) 95      C) 93      D) 85      E) 83

6.  $\mathbb{R}$ , gerçel sayılar kümesinde tanımlı  $f$ ,  $g$  ve  $h$  fonksiyonları aşağıdaki gibidir;

$$f(x) = 3x - 1$$

$$g(x) = x + 4$$

$$h(x) = 2x - 2$$

$(fogoh)(k) = 23$  olduğuna göre,  $k$  kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

7.  $f : \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$

şeklinde tanımlanan bire bir ve örten  $f(x) = y$  fonksiyonu için aşağıdaki eşitlik veriliyor.

$$2 \cdot f(x) + 4 = (x - 3) \cdot f(x)$$

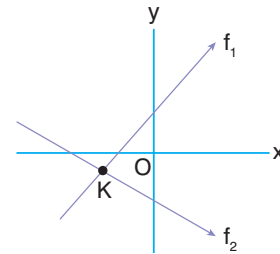
Buna göre,  $f(b) + f^{-1}(a)$  kaçtır?

- A)  $-\frac{4}{5}$       B)  $\frac{4}{5}$       C) 3      D) 5      E)  $\frac{29}{5}$

8. Gerçel sayılar üzerinde tanımlı  $f(x)$  fonksiyonu doğrusal fonksiyondur.

$$(fof)(x) = 16x + 15$$

eşitliğini sağlayan  $f_1$  ve  $f_2$  fonksiyonlarının grafiği aşağıdaki gibidir.

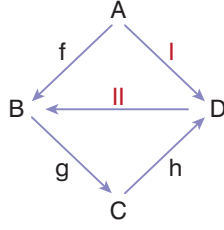


$f_1$  ve  $f_2$  fonksiyonlarının kesim noktası  $K$  olduğuna göre,  $K$  noktasının koordinatlarının çarpımı kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2



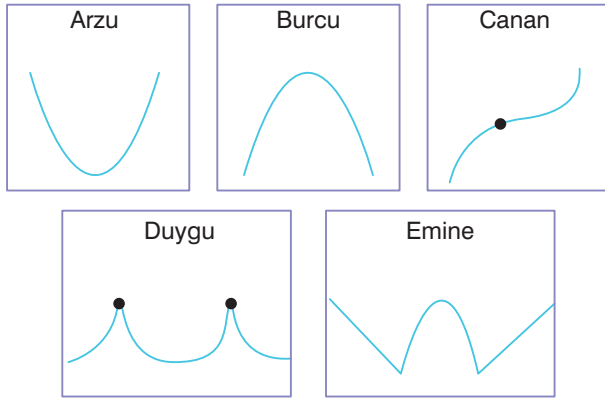
1.  $f : A \rightarrow B$ ,  $g : B \rightarrow C$ ,  $h : C \rightarrow D$  olmak üzere,  $f$ ,  $g$  ve  $h$  fonksiyonları verilmiştir.



Yukarıdaki şemaya göre I ve II fonksiyonları sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $f \circ g - h \circ (f \circ g)$  B)  $g \circ f - (f \circ g) \circ h$   
C)  $(h \circ g) \circ f - h \circ f$  D)  $(h \circ g) \circ f - g^{-1} \circ h^{-1}$   
E)  $(g \circ f) \circ h - h \circ g$

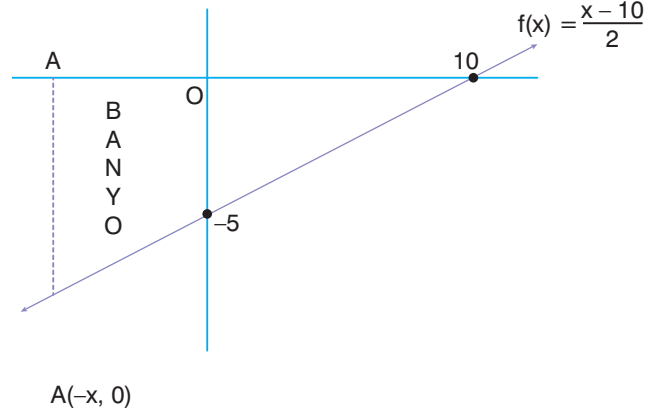
2. Gerçek sayılar üzerinde tanımlı  $f(x) = x^2 - 3$  fonksiyonunun mutlak değerinin grafiğini,  $|f(x)|$ 'i sınavda soran öğretmenin aldığı cevaplar aşağıdaki gibidir.



Buna göre, sınav sorusunu doğru bilen öğrenci aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Arzu B) Burcu C) Canan  
D) Duygu E) Emine

3. Fayans ustası Nihat Bey, aşağıdaki koordinat düzleminde grafiği verilen  $f(x) = \frac{x-10}{2}$  fonksiyonunun içindeki yamuk biçimindeki banyonun tabanına fayans dizecektir.



olmak üzere,  $g(x)$  fonksiyonu yamuk biçimindeki bu banyonun alanı olarak tanımlanmıştır.

Nihat Usta'nın bu işten kazanacağı ücret  $(f \circ g)(20)$  bileşke fonksiyonunun değerine eşit olduğuna göre, Nihat Usta bu işten kaç TL kazanacaktır?

- A) 390 B) 195 C) 190 D) 95 E) 45

4. Adana'dan Bursa'ya otomobil ile yolculuk edecek olan Ceyhun'un aracının zamana bağlı aldığı yol aşağıdaki fonksiyon ile ifade edilmiştir.

$$f(x) = 60 \cdot (2x + 1)'dir.$$

Ceyhun'un aracı gidilen her 10 km için 250 TL yakıt harcamaktadır.

Ceyhun yolculuk boyunca yol gişe masraflarına toplam 150 TL harcamıştır. Ceyhun'un yol boyunca yaptığı toplam harcama  $g(x)$  fonksiyonu ile ifade edilmiştir.

Bursa'ya ulaştığında toplam 7650 TL harcama yapmış olan Ceyhun'un yolculuğu kaç saat sürmüştür?

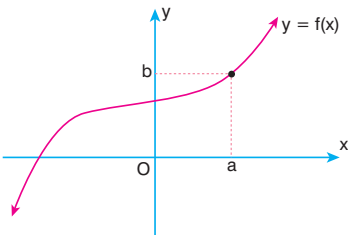
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



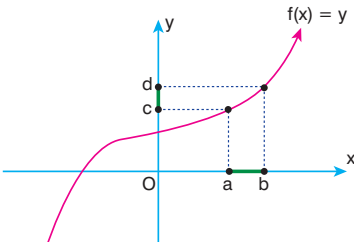
## FONKSİYONLARIN GRAFİĞİ

$f: A \rightarrow B$  ,  $y = f(x)$  fonksiyonuna ait bütün noktaların koordinat sisteminde gösterilmesiyle oluşan noktalar kümesine  $f$  fonksiyonunun grafiği denir.

- ✓ Bir fonksiyonun grafiği yorumlanırken tanım kümesinin elemanları yatay eksen, değer kümesinin elemanları ise dikey eksen alınır.

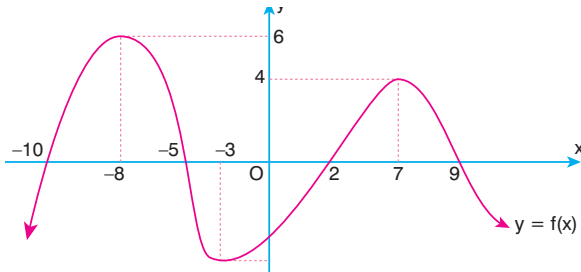


- ✓  $x = a$  için  $y = b$ 'dir.  
 $(a, b) \in f$  veya  
 $f(a) = b$  biçiminde yazılır.  
 ✓  $a$ 'nın görüntüsü  $b$ 'dir.  
 ✓  $b$ 'nin ters görüntüsü  $a$ 'dır.



- ✓  $f(a) = c$  ve  
 $f(b) = d$ 'dir.

## ÖRNEK 1



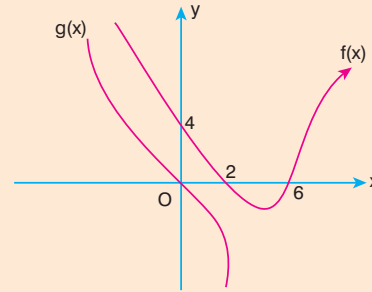
Yukarıda analitik düzlemde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,  $f(-8) + f(-5) + f(7) + f(9)$  toplamının sonucu kaçtır?



## ÖSYM TİPİ ÖRNEK 2

Aşağıdaki şekilde,  $f(x)$  fonksiyonu ile  $g(x) = -x^3$  fonksiyonunun grafikleri verilmiştir.

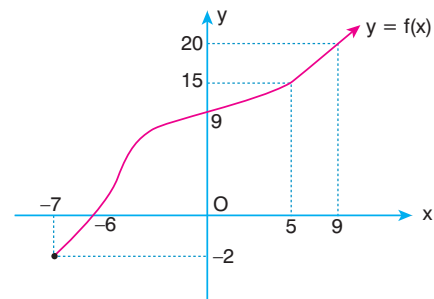


Buna göre,  $(f \circ g^{-1} \circ f)(6)$  değeri kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

## ÖRNEK 3

Aşağıda  $[-7, 9]$  aralığında bire bir ve örten olan  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



a)  $(f \circ f)(0) =$

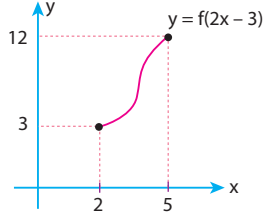
b)  $f^{-1}(-2) =$

c)  $2f(-6) + 5f^{-1}(9) =$

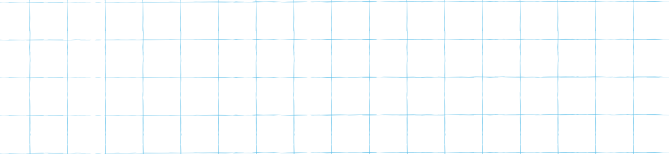
d)  $f^{-1}(15) =$

## ÖRNEK 4

Aşağıdaki şekilde tanımlı olduğu aralıkta  $y = (2x - 3)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

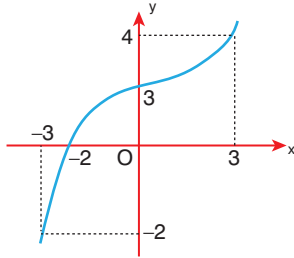


Buna göre,  $f^{-1}(3) + f(1) + f(7)$  değeri kaçtır?



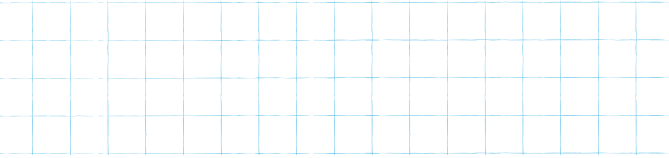
## ÖRNEK 5

Aşağıdaki analitik düzlemde  $y = f(2x + 1)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

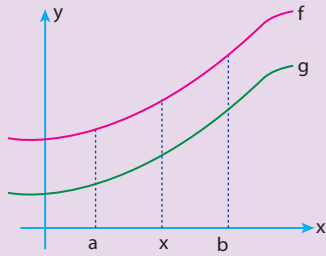


a)  $f(1) + f(-5) + f^{-1}(-2)$  toplamını bulunuz.

b)  $f(7) + f^{-1}(-5) + f^{-1}(-2)$  toplamını bulunuz.



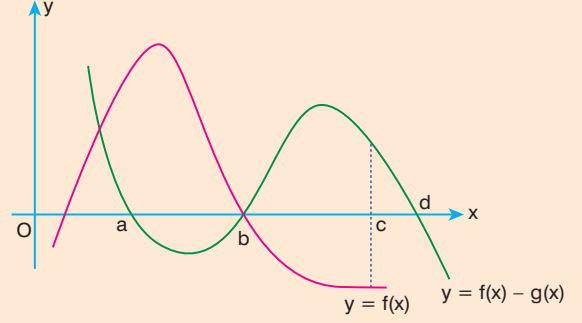
## ÖNEMLİ BİLGİ



Yukarıda verilmiş olan  $f$  ve  $g$  fonksiyonlarının grafikleri için  $a < x < b$  koşulunu sağlayan her  $x$  reel sayısı için  $g(x) < f(x)$ 'dir.

## ÖSYM TİPİ ÖRNEK 6

Aşağıdaki şekilde, verilen koordinat düzleminde  $f$  ve  $f - g$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

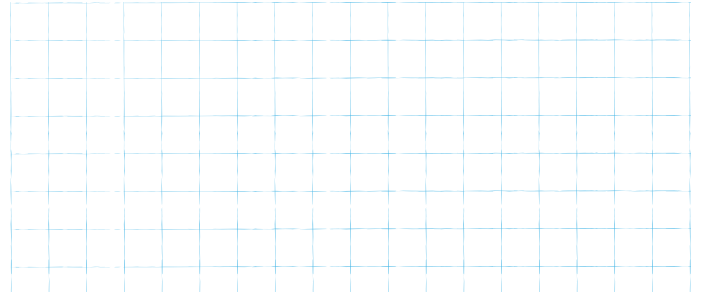


Buna göre,

- I.  $g(a) > 0$
- II.  $g(b) = 0$
- III.  $g(c) < 0$

İfadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) I ve II
- D) I ve III
- E) I, II ve III



## Doğrusal Fonksiyonun Grafiği

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere  $f(x) = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) biçimindeki fonksiyonlara **doğrusal fonksiyon** denir.

- ✓ Doğrusal fonksiyonun grafiği dik koordinat düzleminde bir doğru belirtir.

## ÖNEMLİ BİLGİ

$f(x) = ax + b$  için  $y = ax + b$  grafiğini dik koordinat sisteminde çizebilmek için bu doğrunun geçtiği en az iki nokta yani eksenleri kestiği noktalar bilinmelidir.

- ✓  $x = 0$  için  $y = f(0) = b$  olur.  $(0, b)$  noktası, doğrunun  $y$  eksenini kestiği noktadır.
- ✓  $y = 0$  için  $ax + b = 0$  ise  $x = \frac{-b}{a}$  olur.  $(\frac{-b}{a}, 0)$  noktası doğrunun  $x$  eksenini kestiği noktadır.